Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

ФКТиУ

Реферат по дисциплине

 “Теория вероятностей”

“ Вероятнейшее число появлений события при многократных испытаниях”

Выполнил:.

Группа: Р3210

Преподаватель: Калинин И.В.

Санкт-Петербург

2020 г.

Оглавление

[1. Введение 2](#_Toc36801480)

[2. Многократные испытания 2](#_Toc36801481)

[2.1. Применение 2](#_Toc36801482)

[2.2. Частота 3](#_Toc36801483)

[2.3. Формула Бернулли 3](#_Toc36801484)

[3. Вероятнейшее число появлений 4](#_Toc36801485)

[3.1 Определение 4](#_Toc36801486)

[3.2 Пример 4](#_Toc36801487)

[4. Вывод 5](#_Toc36801488)

[5. Литература 5](#_Toc36801489)

# Введение

При исследовании новых приборов или при проверке новых методов работ независимые испытания производятся многократно. То есть при сохранении определенного комплекса условий повторяются довольно-таки большое число раз. Испытателя в этом случае интересует конечный результат опыта, например, сколько раз при n испытаниях появится ожидаемое им событие.

# Многократные испытания

# Применение

Существуют такие события вероятности которых не могут быть вычислены по формуле, как например события типа: «В корзине 3 белых и 4 синих шара. Какова вероятность достать белый шар?». К такого рода событиям можно отнести: вероятность попадания в цель, вероятность выхода оборудования из строя и подобные им. Для таких событий используют другие способы определения вероятностей, например, способы, связанные с проведением экспериментов (испытаний).

# Частота

**Относительной частотой** события называют отношение числа появлений этого события к числу всех произведенных опытов:

$$Q=m/n$$

При неограниченном увеличении числа опытов с вероятностью сколь угодно близкой к единице можно ожидать, что относительная частота события $Q$ приближается к вероятности $P$ его появления в отдельном испытании.

Математическую формулировку этой закономерности – “**устойчивости частоты**”, впервые дал Я. Бернулли в теореме, которая представляет собой простейшую форму закона больших чисел и может быть записана в виде:

$$вер. \lim\_{n\to \infty }Q=P$$

Относительную частоту также называют **статической вероятностью события.**

# Зависимость испытаний

 Испытания называются **независимыми**, если вероятность того или иного исхода каждого опыта не зависит от того, какие исходы имели другие опыты. Из этого определения следует, что испытания называются **зависимыми**, если вероятность того или иного исхода зависят от того, какие исходы имели другие опыты.

 Например, несколько выстрелов представляют собой независимые испытания только в случае, если прицеливание производится заново перед каждым выстрелом. В случае, когда прицеливание производится один раз перед всей стрельбой или непрерывно осуществляется в процессе стрельбы (стрельба очередью, бомбометание серией), выстрелы представляют собой зависимые испытания.

# Формула Бернулли

Если необходимо определить вероятность того, что при n независимых многократных испытаниях событие A повторяется ровно k раз, то применяется **формула Бернулли:**

$$P\_{n}\left(k\right)=C\_{n}^{k}p^{k}q^{n-k}$$

где $P\_{n}\left(k\right)$ – искомая вероятность, $p $– вероятность появления события А в каждом отдельном испытании, $q$ – вероятность не появления события А в каждом отдельном испытании, $C\_{n}^{k}$ – число сочетаний из n по k.

$$C\_{n}^{k}=\frac{n!}{k!\left(n-k\right)!}$$

 Если *k* придавать значения от 0 до *n* (т.е. ), а вероятности  вычислять по формуле Бернулли, то получится совокупность вероятностей: , которая носит название **биномиального распределения вероятностей**.

 Заметим, что .

# Вероятнейшее число появлений

# Определение

 **Вероятнейшим числом появлений** события А при n многократных испытаниях называется число *k*0**,** соответствующее наибольшей при данных условиях вероятности, т.е.  *k*0 находится из неравенства:

$$n\*p-q \leq k\_{0} \leq n\*p+q$$

 Следует заметить, что левая и правая части неравенства отличаются на единицу. Если $p$ выражается числом, не близким к нулю или единице, то при большом значении $n$ вероятнейшее число находят по формуле:

$$k\_{0}=n\*p$$

# Пример

По одной и той же мишени в одинаковых условиях произведено 3 независимых выстрела. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,3. Найти вероятнейшее число попаданий в мишень.

Решение:

1. Находим вероятности поражения мишени
2. ;
3. ;
4. ;
5. .
6. Так как максимальное значение вероятности  соответствует числу , то, очевидно,  есть вероятнейшее число попаданий в мишень.
7. Применим неравенство:

; ; .

# Вывод

 При практическом применении теории вероятности нам довольно-таки часто необходимо знать вероятность появления события для этого нам необходимо проводить большое количество одинаковых испытаний или аналогичных друг другу для выявления вероятности появления события. В результате каждого испытания может появиться или не появиться некоторое исследуемое нами событие. Причем эти испытания могут быть как зависимыми друг от друга, так и независимыми. Набор этих испытаний может иметь, как и одинаковые условия, а может и различные.

 Вероятнейшее число появления события показывает нам при каком числе испытаний, вероятность наступления искомого события будет максимальной и помогает на основе этих данных проводить нам дальнейшие исследования и расчеты.

# Литература

1. Русяева Е.А. Методические указания и контрольная работа №1 по курсу «Теория математической обработки геодезических измерений» (МГУ)
2. А.Ю. Гришенцев «Теория и практика технического и технологического эксперимента» (ИТМО)