

Карта Карно

Карта Карно — графический способ минимизации переключательных (булевых) функций, обеспечивающий относительную простоту работы с большими выражениями и устранение потенциальных гонок. Представляет собой операции попарного неполного склеивания и элементарного поглощения. Карты Карно рассматриваются как перестроенная соответствующим образом таблица истинности функции. Карты Карно можно рассматривать как определенную плоскую развертку n -мерного булева куба.

Карты Карно были изобретены в 1952 Эдвардом В. Вейчем и усовершенствованы в 1953 Морисом Карно, физиком из «Bell Labs», и были призваны помочь упростить цифровые электронные схемы.

В карту Карно булевы переменные передаются из таблицы истинности и упорядочиваются с помощью кода Грея, в котором каждое следующее число отличается от предыдущего только одним разрядом.

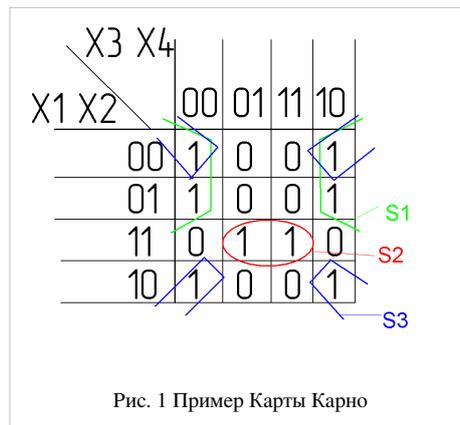


Рис. 1 Пример Карты Карно

Принципы минимизации

Основным методом минимизации логических функций, представленных в виде СДНФ или СКНФ, является операция попарного неполного склеивания и элементарного поглощения. Операция попарного склеивания осуществляется между двумя термами (членами), содержащими одинаковые переменные, вхождения которых (прямые и инверсные) совпадают для всех переменных, кроме одной. В этом случае все переменные, кроме одной, можно вынести за скобки, а оставшиеся в скобках прямое и инверсное вхождение одной переменной подвергнуть склейке. Например:

$$\bar{X}_1 X_2 X_3 X_4 \vee \bar{X}_1 X_2 \bar{X}_3 X_4 = \bar{X}_1 X_2 X_4 (X_3 \vee \bar{X}_3) = \bar{X}_1 X_2 X_4.$$

Аналогично для КНФ:

$$(\bar{X}_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee X_4)(\bar{X}_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_3 \vee X_4) = \bar{X}_1 \vee X_2 \vee X_4 \vee X_3 \bar{X}_3 = \bar{X}_1 \vee X_2 \vee X_4.$$

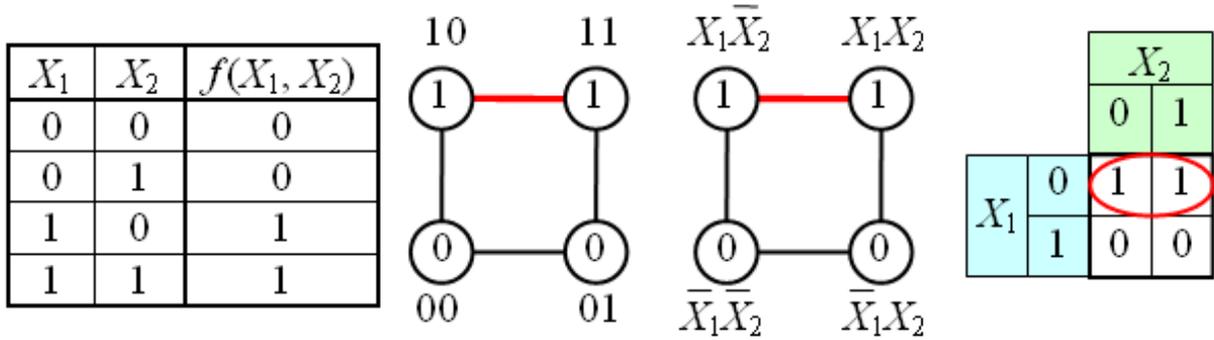
Возможность поглощения следует из очевидных равенств

$$A \vee \bar{A} = 1; A\bar{A} = 0.$$

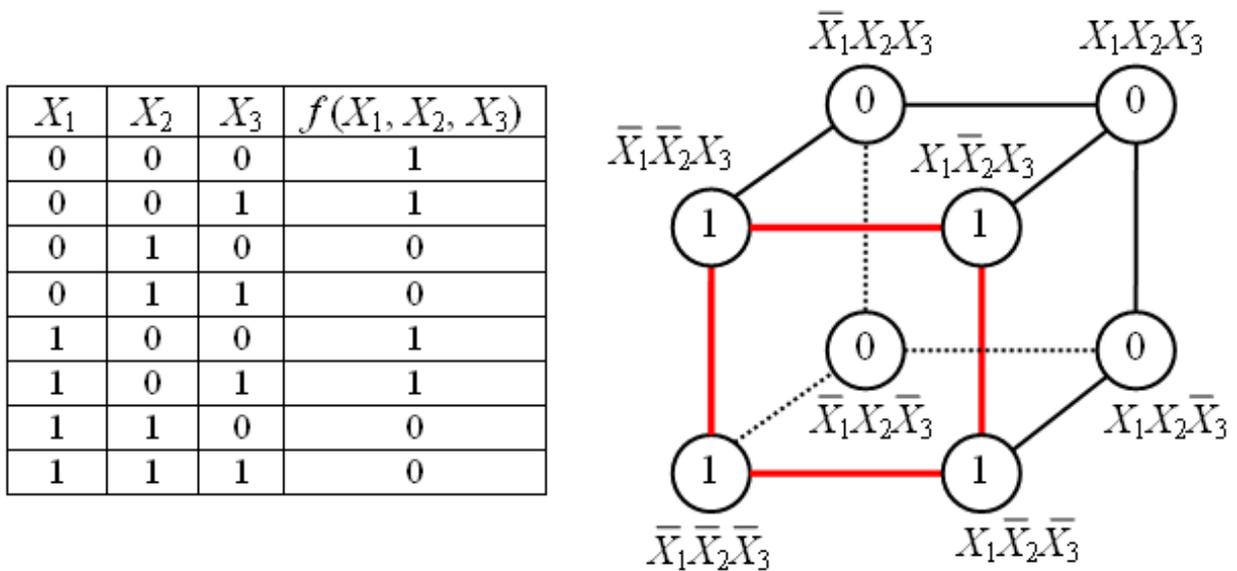
Таким образом, главной задачей при минимизации СДНФ и СКНФ является поиск термов, пригодных к склейке с последующим поглощением, что для больших форм может оказаться достаточно сложной задачей. Карты Карно предоставляют наглядный способ отыскания таких термов.

Как известно, булевы функции N переменных, представленные в виде СДНФ или СКНФ, могут иметь в своём составе 2^N различных термов. Все эти члены составляют некоторую структуру, топологически эквивалентную N -мерному кубу, причём любые два терма, соединённые ребром, пригодны для склейки и поглощения.

На рисунке изображена простая таблица истинности для функции из двух переменных, соответствующий этой таблице 2-мерный куб (квадрат), а также 2-мерный куб с обозначением членов СДНФ и эквивалентная таблица для группировки термов:



В случае функции трёх переменных приходится иметь дело с трёхмерным кубом. Это сложнее и менее наглядно, но технически возможно. На рисунке в качестве примера показана таблица истинности для булевой функции трёх переменных и соответствующий ей куб.

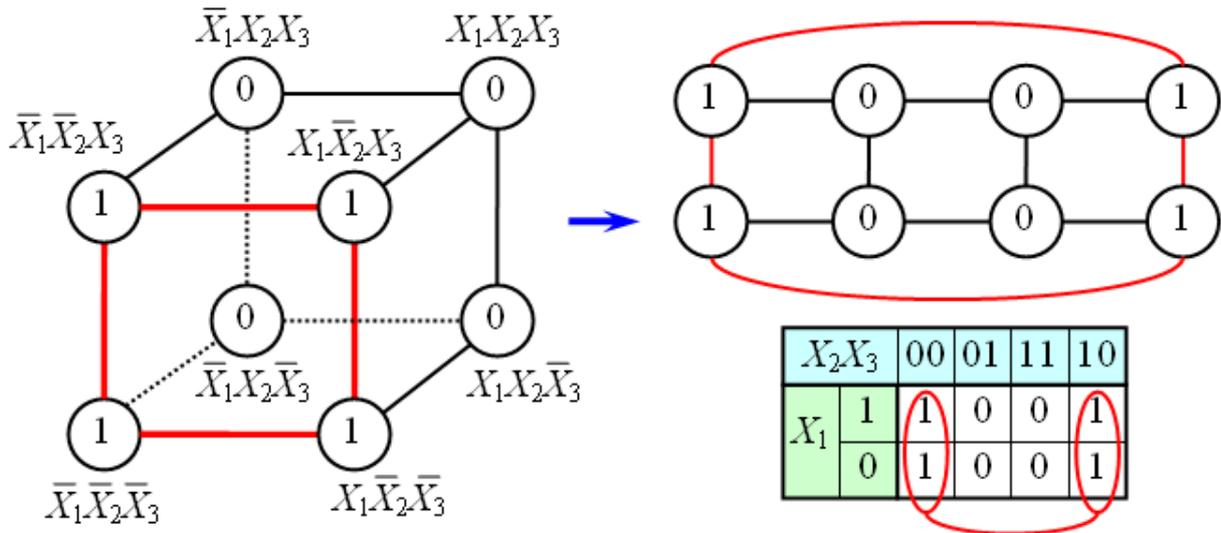


Как видно из рисунка, для трёхмерного случая возможны более сложные конфигурации термов. Например, четыре терма, принадлежащие одной грани куба, объединяются в один терм с поглощением двух переменных:

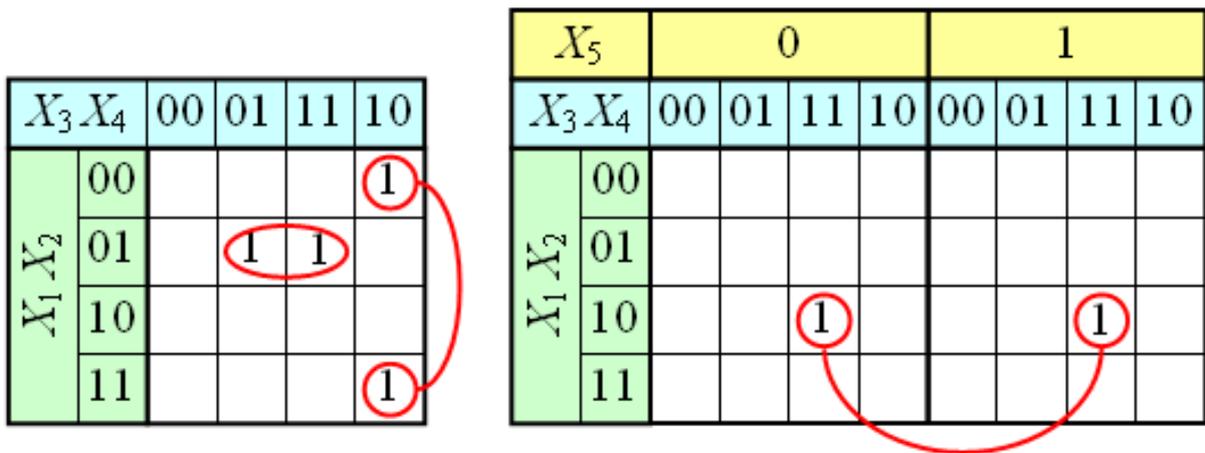
$$\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3 \vee X_1\bar{X}_2\bar{X}_3 \vee \bar{X}_1\bar{X}_2X_3 \vee X_1\bar{X}_2X_3 = \bar{X}_2(\bar{X}_1\bar{X}_3 \vee \bar{X}_1X_3 \vee X_1\bar{X}_3 \vee X_1X_3) = \bar{X}_2(\bar{X}_1 \vee X_1)(\bar{X}_3 \vee X_3)$$

В общем случае можно сказать, что 2^K термов, принадлежащие одной K -мерной грани гиперкуба, склеиваются в один терм, при этом поглощаются K переменных.

Для упрощения работы с булевыми функциями большого числа переменных был предложен следующий удобный приём. Куб, представляющий собой структуру термов, разворачивается на плоскость как показано на рисунке. Таким образом появляется возможность представлять булевы функции с числом переменных больше двух в виде плоской таблицы. При этом следует помнить, что порядок кодов термов в таблице (00 01 11 10) не соответствует порядку следования двоичных чисел, а клетки, находящиеся в крайних столбцах таблицы, соседствуют между собой.



Аналогичным образом можно работать с функциями четырёх, пяти и более переменных. Примеры таблиц для $N=4$ и $N=5$ приведены на рисунке. Для этих таблиц следует помнить, что соседними являются клетки, находящиеся в соответственных клетках крайних столбцов и соответственных клетках верхней и нижней строки. Для таблиц 5 и более переменных нужно учитывать также, что квадраты 4×4 виртуально находятся друг над другом в третьем измерении, поэтому соответственные клетки двух соседних квадратов 4×4 являются соседними, и соответствующие им термы можно склеивать.



Описание

Карта Карно может быть составлена для любого количества переменных, однако удобно работать при количестве переменных не более пяти. По сути Карта Карно — это таблица истинности составленная в 2-х мерном виде. Благодаря использованию кода Грея в ней верхняя строка является соседней с нижней, а правый столбец соседний с левым, т.о. вся Карта Карно сворачивается в фигуру тор (бублик). На пересечении строки и столбца проставляется соответствующее значение из таблицы истинности. После того как Карта заполнена, можно приступать к минимизации.

Если необходимо получить минимальную ДНФ, то в Карте рассматриваем только те клетки которые содержат единицы, если нужна КНФ, то рассматриваем те клетки, которые содержат нули. Сама минимизация производится по следующим правилам (на примере ДНФ):

1. Объединяем смежные клетки, содержащие единицы, в область так, чтобы одна область содержала 2^n (n — целое число $= 0 \dots \infty$) клеток (помним про то, что крайние строки и столбцы являются соседними между собой), в области не должно находиться клеток, содержащих нули;

2. Область должна располагаться симметрично оси(ей) (оси располагаются через каждые четыре клетки);
3. Несмежные области, расположенные симметрично оси(ей), могут объединяться в одну;
4. Область должна быть как можно больше, а количество областей как можно меньше;
5. Области могут пересекаться;
6. Возможно несколько вариантов покрытия.

Далее берём первую область и смотрим, какие переменные не меняются в пределах этой области, выписываем конъюнкцию этих переменных; если неменяющаяся переменная нулевая, проставляем над ней инверсию. Берём следующую область, выполняем то же самое, что и для первой, и т. д. для всех областей. Конъюнкции областей объединяем дизъюнкцией.

Например (для Карт на 2 переменные):

$\overline{X1} \overline{X2}$	$\overline{X1} X2$	$X1 X2$	$X1 \overline{X2}$	$\overline{X2}$	$\overline{X1}$	$X2 X1$
$S1 \vee S2 =$	$S1 \vee S2 =$	$S1 \vee S2 =$	$S1 \vee S2 =$	$S1 \vee S2 =$	$S1 \vee S2 =$	
$= X1X2 \vee$	$= X1\overline{X2} \vee$	$= X2 \vee X1$	$= X1 \vee \overline{X2}$	$= \overline{X1} \vee \overline{X2}$	$= X2 \vee \overline{X1}$	
$\vee \overline{X1} \overline{X2}$	$\vee \overline{X1} X2$					

Для КНФ всё то же самое, только рассматриваем клетки с нулями, неменяющиеся переменные в пределах одной области объединяем в дизъюнкции (инверсии проставляем над единичными переменными), а дизъюнкции областей объединяем в конъюнкцию. На этом минимизация считается законченной. Так для Карты Карно на рис.1 выражение в формате ДНФ будет иметь вид:

$$f(X1, X2, X3, X4) = S1 \vee S2 \vee S3 = \overline{X1} \overline{X4} \vee X1 X2 X4 \vee \overline{X2} \overline{X4}$$

В формате КНФ:

$$f(X1, X2, X3, X4) = (S1)(S2)(S3) = (X1 \vee \overline{X4})(X2 \vee \overline{X4})(\overline{X1} \vee \overline{X2} \vee X4)$$

Так же из ДНФ в КНФ и обратно можно перейти используя Законы де Моргана.

Примеры

Пример 1

У мальчика Коли есть мама, папа, дедушка и бабушка. Коля пойдёт гулять на улицу, если ему разрешат хотя бы двое родственников.

Для краткости обозначим родственников Коли через буквы:

- мама — x1
- папа — x2
- дедушка — x3
- бабушка — x4

Условимся обозначать согласие родственников единицей, несогласие - нулём. Возможность пойти погулять обозначим буквой f, Коля идёт гулять — f = 1, Коля гулять не идёт — f = 0.

Составим таблицу истинности:

X1	X2	X3	X4	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Перерисуем таблицу истинности в 2-х мерный вид:

X1 X2 \ X3 X4		X3 X4			
		00	01	10	11
X1 X2	00				
	01				
	10				
	11				

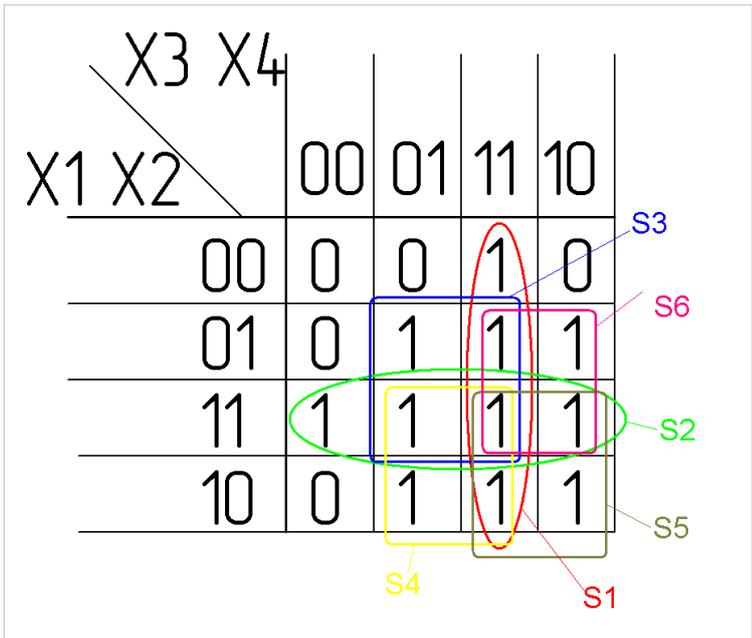
Переставим в ней строки и столбцы в соответствии с кодом Грея. Получили карту Карно:

X1 X2 \ X3 X4		X3 X4			
		00	01	11	10
X1 X2	00				
	01				
	11				
	10				

Заполним её значениями из таблицы истинности:

X1 X2 \ X3 X4		X3 X4			
		00	01	11	10
X1 X2	00	0	0	1	0
	01	0	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10	0	1	1	1

Минимизируем в соответствии с правилами:

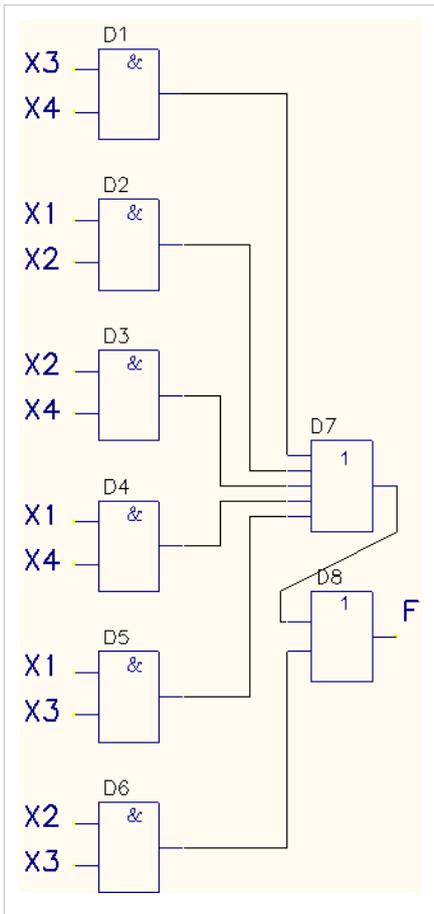


1. 1. Все области содержат 2^n клеток;
2. 2. Так как Карта Карно на четыре переменные, оси располагаются на границах Карты и их не видно (подробнее смотри пример Карты на 5 переменных);
3. 3. Так как Карта Карно на четыре переменные, все области симметрично осей — смежные между собой (подробнее смотри пример Карты на 5 переменных);
4. 4. Области S3, S4, S5, S6 максимально большие;
5. 5. Все области пересекаются (необязательное условие);
6. 6. В данном случае рациональный

вариант только один.

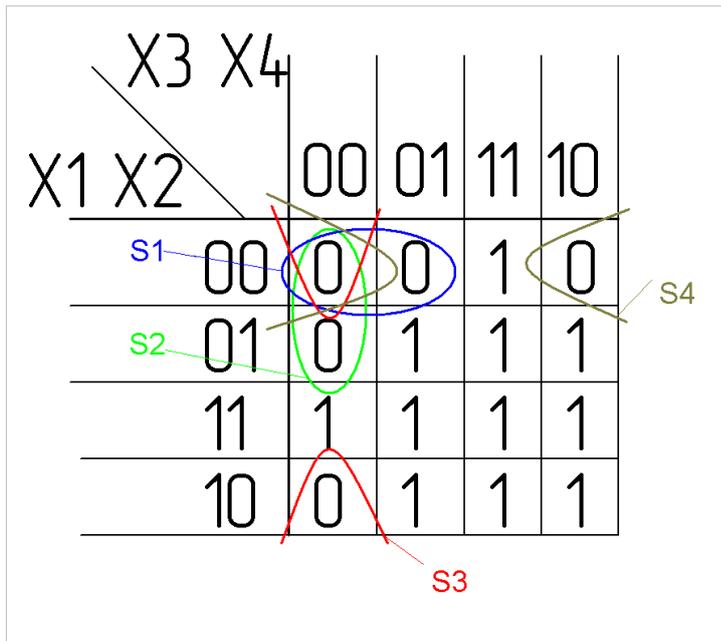
$$f(X1, X2, X3, X4) = S1 \vee S2 \vee S3 \vee S4 \vee S5 \vee S6 = X3X4 \vee X1X2 \vee X2X4 \vee X1X4 \vee X1X2X3$$

Теперь по полученной минимальной ДНФ можно построить логическую схему:

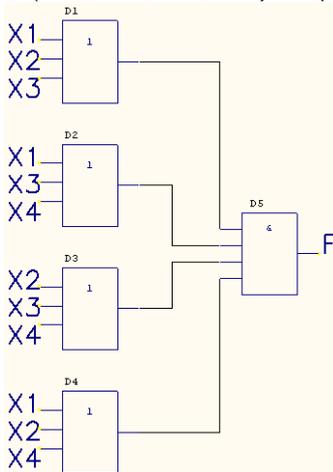


Из-за отсутствия в наличии шести-входового элемента ИЛИ, реализующего функцию дизъюнкции, пришлось каскадировать пяти- и двух-входовые элементы (D7, D8).

Составим мин. КНФ:



$$f(X1, X2, X3, X4) = (S1) (S2) (S3) (S4) = (X1 \vee X2 \vee X3)(X1 \vee X3 \vee X4)(X2 \vee X3 \vee X4)(X1 \vee X2 \vee X4)$$



Пример Карты Карно на пять переменных

Имеем такую таблицу истинности:

X1	X2	X3	X4	X5	f
0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Карта Карно будет выглядеть следующим образом (для лучшего визуального восприятия в Карту нули не записываем):

X1 \ X2 \ X3 \ X4 \ X5	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1			1	1	1	1	
01	1			1				
11			1			1		
10	1		1			1		1

(на примере

Неправильно ДНФ):

X1 \ X2 \ X3 \ X4 \ X5	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1			1	1	1	1	
01	1			1				
11			1			1		
10	1		1			1		1

S2 (red oval around 000, 010, 100)
S3 (green oval around 010, 110, 111, 101)
S1 (orange oval around 010, 011)
S4 (yellow oval around 110, 101)
S5 (blue oval around 101, 100)
S6 (olive oval around 011, 101)

- — Область S1 — накрыта правильно;
- — Область S2 — нарушает п.1;
- — Область S3 — нарушает п.2;
- -Области S4 и S6 — не выполняют п.3, это не является ошибкой — выражение получится больше чем если бы S4 и S6 представляли собой одну область;
- — Область S5 — нарушает п.1 по кол-ву клеток и по недопустимости нахождения нулей в области.

Правильно, но не оптимально:

		$x_3 \ x_4$							
		x_5							
$x_1 \ x_2$		000	001	011	010	110	111	101	100
	00	1		1	1	1	1		
	01	1			1				
	11			1			1		
	10	1		1			1		1

Эта карта Карно

минимизирована неоптимально, так как можно объединить единицы, входящие в члены S3 и S5.

Минимизировав эту карту получаем следующую ДНФ:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = S_1 \vee S_2 \vee S_3 \vee S_4 \vee S_5 \vee S_6 =$$

$$= \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 x_4 x_5$$

Оптимально:

		x_3				x_3			
		0				1			
		$x_4 \ x_5$							
		00	01	11	10	00	01	11	10
$x_1 \ x_2$	00	1		1		1	1	1	
	01	1		1		1		1	
	11		1		1		1		
	10	1		1		1		1	

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = S_1 \vee S_2 \vee S_3 \vee S_4 \vee S_5 =$$

$$= \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_5} \vee x_1 x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4$$

Составим минимальную КНФ:

		$X_3 \backslash X_4$									
				X_5							
X_1	X_2	000	001	011	010	110	111	101	100		
00		1	S2	S5	1	1	1	1	S7		
01		1			1		S6				
11			S3	1	S1		1				
10		1		1			1			1	
			S4								

$$f(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) = (S1) (S2) (S3) (S4) (S5) (S6) (S7)$$

Другой вариант той же самой Карты Карно:

		$X_3 \backslash X_4$					
				X_5			
X_1	X_2	00	01	11	10		
000		1	1	0	1		
001		0	0	0	0		
011		1	1	0	0		
010		0	0	1	1		
110		0	0	0	1		
111		1	0	0	0		
101		1	0	0	0		
100		1	0	1	1		

Ничего не меняется только в строках записано три переменных, а в столбцах две.

Пример большой Карты Карно на восемь переменных

Предположим, по имеющейся таблице истинности составлена такая Карта Карно:

X5 X6 X7 X8 X1 X2 X3 X4	0000	0001	0011	0010	0110	0111	0101	0100	1100	1101	1111	1110	1010	1011	1001	1000
0000							1									
0001							1									
0011							1									
0010							1									
0110							1									
0111							1									
0101							1									
0100							1									
1100	1	1		1		1					1		1		1	1
1101	1	1		1		1					1		1		1	1
1111	1	1		1		1					1		1		1	1
1110	1	1		1		1					1		1		1	1
1010	1	1		1		1					1		1		1	1
1011	1	1		1		1					1		1		1	1
1001	1	1		1		1					1		1		1	1
1000	1	1		1		1					1		1		1	1

Найдём

минимальную ДНФ:

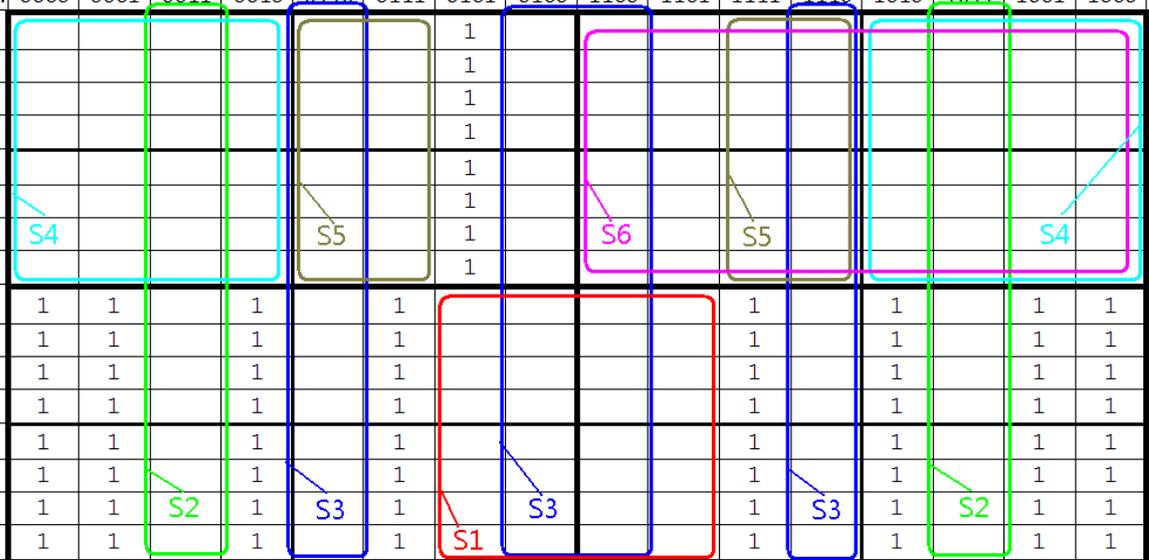
X5 X6 X7 X8 X1 X2 X3 X4	0000	0001	0011	0010	0110	0111	0101	0100	1100	1101	1111	1110	1010	1011	1001	1000
0000							1									
0001							1									
0011							1									
0010							1									
0110							1									
0111							1									
0101							1									
0100							1									
1100	1	1		1		1					1		1		1	1
1101	1	1		1		1					1		1		1	1
1111	1	1		1		1					1		1		1	1
1110	1	1		1		1					1		1		1	1
1010	1	1		1		1					1		1		1	1
1011	1	1		1		1					1		1		1	1
1001	1	1		1		1					1		1		1	1
1000	1	1		1		1					1		1		1	1

$f(X1, X2, X3)$

Минимальная КНФ:

X5 X6 X7 X8 X1 X2 X3 X4	0000	0001	0011	0010	0110	0111	0101	0100	1100	1101	1111	1110	1010	1011	1001	1000
0000							1									
0001							1									
0011							1									
0010							1									
0110							1									
0111							1									
0101							1									
0100							1									
1100	1	1		1		1					1		1		1	1
1101	1	1		1		1					1		1		1	1
1111	1	1		1		1					1		1		1	1
1110	1	1		1		1					1		1		1	1
1010	1	1		1		1					1		1		1	1
1011	1	1		1		1					1		1		1	1
1001	1	1		1		1					1		1		1	1
1000	1	1		1		1					1		1		1	1

$f(X1, X2, X3, X4)$



Источники и основные авторы

Карта Карно *Источник:* <http://ru.wikipedia.org/w/index.php?oldid=36798414> *Редакторы:* AdmiralHood, Altum, Antonix Wayfarer, CaesarIII, Changall, DerLetzteRegenbogen, Dims, Fedorchenko.bogdan, Gvozdet, Jack-ov, Jazz, Loveless, Obersachse, Qldor, Rinatus, VP, Ботильда, Голем, Дмитрий Джус, Синдар, 30 анонимных правок

Источники, лицензии и редакторы изображений

Файл:Karnaugh map Intro.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnaugh_map_Intro.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Karnaugh map 01.gif *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnaugh_map_01.gif *Лицензия:* Creative Commons Attribution-Sharealike 3.0,2.5,2.0,1.0 *Редакторы:* AdmiralHood

Файл:Karnaugh map 02.gif *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnaugh_map_02.gif *Лицензия:* Creative Commons Attribution-Sharealike 3.0,2.5,2.0,1.0 *Редакторы:* AdmiralHood

Файл:Karnaugh map 03.gif *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnaugh_map_03.gif *Лицензия:* Creative Commons Attribution-Sharealike 3.0,2.5,2.0,1.0 *Редакторы:* AdmiralHood

Файл:Karnaugh map 04.gif *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnaugh_map_04.gif *Лицензия:* Creative Commons Attribution-Sharealike 3.0,2.5,2.0,1.0 *Редакторы:* AdmiralHood

Изображение:Karnough map 2 1 1.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_1.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 2.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_2.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 3.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_3.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 4.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_4.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 5.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_5.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 6.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_6.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 7.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_7.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 8.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_8.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 9.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_9.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 10.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_10.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 11.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_11.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 12.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_12.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 13.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_13.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Изображение:Karnough map 2 1 14.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_2_1_14.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Nikolay true table.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Nikolay_true_table.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:2d true table.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:2d_true_table.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Karnough map 4 empty.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_4_empty.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Nikolay map.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Nikolay_map.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Nikolay map DNF.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Nikolay_map_DNF.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Logic Nikolay.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Logic_Nikolay.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Nikolay map KNF.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Nikolay_map_KNF.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:-logic Nikolay.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:-logic_Nikolay.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:X5 true table.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:X5_true_table.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Karnough map 5.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_5.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Karnough map 5 error.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_5_error.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Karnough map 5 right.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_5_right.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Karnaugh map minimize.gif *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnaugh_map_minimize.gif *Лицензия:* Creative Commons Attribution-Sharealike 3.0,2.5,2.0,1.0 *Редакторы:* Admiralhood

Файл:Karnough map 5 KNF.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_5_KNF.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Karnough map 5 turn.png *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_map_5_turn.png *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Karnough 8 clear.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_8_clear.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Karnough 8 DNF.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_8_DNF.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Файл:Karnough 8 KNF.PNG *Источник:* http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Файл:Karnough_8_KNF.PNG *Лицензия:* Public Domain *Редакторы:* Jack-ov

Лицензия

Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported
<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>